Министерство науки и образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ОРЕНБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики и информационных технологий

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем

**ОТЧЕТ**

по лабораторной работе № 3

по дисциплине «Программная инженерия задач вычислительной математики»

**Решение СЛАУ со специальными вида матрицами.**

ОГУ 09.03.04.4024. 704 ПЗ

Руководитель

канд. техн. наук, доцент

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Е. А. Шнякина

«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2024 г.

Исполнитель

Студент группы 22ПИнж(б)РПиС-1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ И.В. Федоров

«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2024 г.

Оренбург 2024

**Практическая часть**

Цель: освоить метод скалярной трехточечной прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений, условия его применения.

Задание

1. Проверить условия применимости метода скалярной трехточечной прогонки для заданной системы линейных уравнений
2. Разработать программу для решения заданной системы линейных алгебраических уравнений методом скалярной трехточечной прогонки.
3. Решить заданную систему линейных уравнений методом скалярной трехточечной прогонки.
4. Оценить погрешность решения по правой части

**Метод скалярной трехточечной прогонки**

Необходимо найти решение системы вида:



В матричной форме система имеет вид: , где

 - матрица коэффициентов;

 - вектор неизвестных;  – правая часть системы, вектор свободных членов.

Системы линейных уравнений, у которых матрица коэффициентов является трехдиагональной, предпочтительнее решать методом скалярной трехточечной прогонки.

Обозначим главную диагональ матрицы *А* через вектор ,

нижнюю побочную диагональ обозначим ,

верхнюю побочную диагональ обозначим .

Достаточным условием применимости метода является диагональное преобладание матрицы *А*. Т.е. , для .

Выразим из первого уравнения *х1*:

.

Далее, из второго уравнения выразим *х2* через *х3*и т.д. Т.е. из *i-*той строки *xi*выражаетсячерез *xi+1*. Получим рекуррентную формулу:

,

которая называется основным прогоночным уравнением. Где  - прогоночные коэффициенты.

Для *i=1*

 .

Для *i=2, …, n*

, .

Так как *xi* вычисляется через *xi+1*, то необходимо определить значение *xn*. Подстановка прогоночных коэффициентов в последнее уравнение системы позволяет получить формулу для его вычисления:



Решение СЛАУ методом скалярной трёхточечной прогонки состоит из 2 этапов. На 1 этапе («прогонка вперёд») вычисляются прогоночные коэффициенты. На 2 этапе («прогонка назад») происходит вычисление корней системы.

Алгоритм решения СЛАУ методом скалярной трехточечной прогонки

(*прогонка «вперёд»*)

* + 1. Вычислить прогоночные коэффициенты  

1. Для вычислить прогоночные коэффициенты , .

(*прогонка «назад»*)

1. Вычислить 
2. Для вычислить 

**Решение СЛАУ методом скалярной трехточечной прогонки**

Рассмотрим систему

,

Проверим выполнения условия для всех строк полученных векторов.

В каждой строке матрицы А модуль элемента, стоящего на главной диагонали, не меньше суммы модулей элементов верхних и нижних побочных диагоналей. Таким образом, условие наличия в матрице коэффициентов диагонального преобладания выполняется. А следовательно, для рассматриваемой системы выполняется достаточное условие применимости метода.

Получим решение системы, используя скалярную трехточечную прогонку.

1 этап. Прогонка вперед. Вычисление прогоночных коэффициентов.

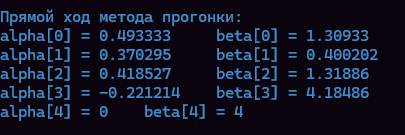


Рисунок 1 – Результаты прямого хода

Прогонка назад. Вычисление корней системы *хi  ()*.

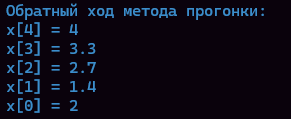


Рисунок 2 – Результаты обратного хода

Выполним оценку погрешности метода по правой части.

Подставим полученное решение в систему и пересчитаем вектор d.



Рисунок 3 – Результаты вычисления погрешности решения

**Вывод**

Метод прогонки является частным случаем метода Гаусса и используется для решения систем линейных уравнений вида

Ax = B,

где A – трёхдиагональная матрица. Трёхдиагональной матрицей называется матрица такого вида, где во всех остальных местах, кроме главной диагонали и двух соседних с ней, стоят нули.

Идея трехточечной прогонки (или метода прогонки) заключается в том, чтобы эффективно решать системы линейных уравнений (СЛАУ), в которых главная диагональ матрицы и две соседние (под- и наддиагональные) имеют ненулевые элементы. Этот метод особенно полезен для решения СЛАУ, возникающих в задачах, связанных с дифференциальными уравнениями и методом конечных разностей.